**Лабораторная работа 3. МЕТОД ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:**

**Задание 1.** Сформулировать условие задачи коммивояжера с параметром. Для этого: принять элементы матрицы расстояний равными:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 2 \* n | 21 + n |  | n |
| **2** | n |  | 15 + n | 68 - n | 84 - n |
| **3** | 2 + n | 3 \* n |  | 86 | 49 + n |
| **4** | 17 + n | 58 - n | 4 \* n |  | 3 \* n |
| **5** | 93 - n | 66 + n | 52 | 13 + n |  |

где *n* – номер варианта;

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 2 | 22 |  | 1 |
| **2** | 1 |  | 16 | 67 | 83 |
| **3** | 3 | 3 |  | 86 | 50 |
| **4** | 18 | 57 | 4 |  | 3 |
| **5** | 92 | 67 | 52 | 14 |  |

**Задание 2.** Решить сформулированную задачу методом ветвей и границ.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 1 | 21 | - | 0 | 1 |
| 0 | - | 15 | 66 | 82 | 1 |
| 0 | 0 | - | 83 | 47 | 3 |
| 15 | 54 | 1 | - | 0 | 3 |
| 78 | 53 | 38 | 0 | - | 14 |

Определим нижнюю границу, используя операцию редукции. Находим в каждой строке минимальный элемент и вычитаем его из остальных элементов соответствующих строк

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 2 | 22 | - | 1 | 1 |
| 1 | - | 16 | 67 | 83 | 1 |
| 3 | 3 | - | 86 | 50 | 3 |
| 18 | 57 | 4 | - | 3 | 3 |
| 92 | 67 | 52 | 14 | - | 14 |

Повторяем операцию, но уже для столбцов.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 1 | 21 | - | 0 | 1 |
| 0 | - | 15 | 66 | 82 | 1 |
| 0 | 0 | - | 83 | 47 | 3 |
| 15 | 54 | 1 | - | 0 | 3 |
| 78 | 53 | 38 | 0 | - | 14 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 1 | 20 | - | 0 | 1 |
| 0 | - | 14 | 66 | 82 | 1 |
| 0 | 0 | - | 83 | 47 | 3 |
| 15 | 54 | 0 | - | 0 | 3 |
| 78 | 53 | 37 | 0 | - | 14 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |  |

Сумма констант приведения определяет нижнюю границу.

H = 23.

Для каждой нулевой клетки преобразованной матрицы находим «оценку». Ею будет сумма минимума по строке и минимума по столбцу, на пересечении которых находится данная клетка с нулем:

d(1,5) = 1 + 0 = 1;

d(2,1) = 0 + 14 = 14;

d(3,1) = 0 + 0 = 0;

d(3,2) = 0 + 1 = 1;

d(4,3) = 0 + 14 = 14;

d(4,5) = 0 + 0 = 0;

d(5,4) = 66 + 37 = 103.

Выбираем среди всех полученных значений максимальное и получаем путь из города 5 в 4. Получим граф:

R

23

126

Если мы пойдём по маршруту 5, 4 то расстояние будет 23 (нижняя граница). А если пойдем по другому маршруту, то оно будет равно 103+23=126.

Вычёркиваем 5 строку и 4 столбец из матрицы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 1 | 20 | 0 | 1 |
| 0 | - | 14 | 82 | 1 |
| 0 | 0 | - | 47 | 3 |
| 15 | 54 | 0 | - | 3 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 1 | 20 | 0 | 0 |
| 0 | - | 14 | 82 | 0 |
| 0 | 0 | - | 47 | 0 |
| 15 | 54 | 0 | - | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  |

Т.к. наша матрица уже полностью приведенная, то нижняя граница маршрута остается такой же.

d(1,5) = 1 + 47 = 48;

d(2,1) = 0 + 14 = 14;

d(3,1) = 0 + 0 = 0;

d(3,2) = 0 + 1 = 1;

d(4,3) = 15 + 14 = 29.

Производим исключение ребра 1, 5 путем замены элемента **1, 5** на INF.

Производим приведение матрицы для образовавшегося подмножества и получаем редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 1 | 20 | 0 | 0 |
| 0 | - | 14 | 82 | 0 |
| 0 | 0 | - | 47 | 0 |
| 15 | 54 | 0 | - | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 1 | 20 | - | 1 |
| 0 | - | 14 | 82 | 0 |
| 0 | 0 | - | 47 | 0 |
| 15 | 54 | 0 | - | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 47 | 48 |

Нижняя граница этого подмножества будет равна H(1\*,5\*) = 23 + 48 = 71.

Получим новую матрицу путем исключения 1 строки и 5 столбца.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| - | 1 | 20 | - | 1 |
| 0 | - | 14 | 82 | 0 |
| 0 | 0 | - | 47 | 0 |
| 15 | 54 | 0 | - | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 47 | 48 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | - | 14 | 0 |
| 0 | 0 | - | 0 |
| 15 | 54 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения в этой матрице будет равна 0.

Нижняя граница подмножества равна H(1,5) = 23 + 0 = 23.

23

71

23<=71.

Поскольку нижняя граница подмножества **1,5** меньше, чем подмножества **1\*,5\***, то ребро **1,5** включаем в маршрут с новой границей H = 23.

**Определяем ребро ветвления** и разобьем все множество маршрутов относительно этого ребра на два подмножества

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | - | 14 | 0 |
| 0 | 0 | - | 0 |
| - | 54 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

d(2,1) = 14 + 0 = 14;

d(3,1) = 0 + 0 = 0;

d(3,2) = 0 + 54 = 54;

d(4,3) = 54 + 14 = 68.

Наибольшая сумма констант равна H(4,3) = 54 + 14 = 68.

Множество разбивается на 2 подмножества.

**Исключение ребра** (4,3) проводим путем замены элемента d43 = 0 на INF.

Осуществляем приведение матрицы и получаем редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | - | 14 | 0 |
| 0 | 0 | - | 0 |
| - | 54 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | - | 14 | 0 |
| 0 | 0 | - | 0 |
| - | 54 | - | 54 |
| 0 | 0 | 14 | 68 |

Нижняя граница гамильтоновых циклов этого подмножества:

H(4\*,3\*) = 23 + 68 = 91.

23

91

**Включение ребра** (4,3) проводится путем исключения всех элементов 4-ой строки и 3-го столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0 | - | 14 | 0 |
| 0 | 0 | - | 0 |
| - | 54 | - | 54 |
| 0 | 0 | 14 | 68 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0 | - | 0 |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведение полученной матрицы равна 0.

Нижняя граница подмножества (4,3) равна:

H(4,3) = 23 + 0 = 23 <= 91.

Поскольку нижняя граница этого подмножества (4,3) меньше, чем подмножества (4\*,3\*), то ребро (4,3) включаем в маршрут с новой границей H = 23.

В соответствии с этой матрицей включаем в маршрут ребра **(2,1)** и **(3,2)**.

23

23

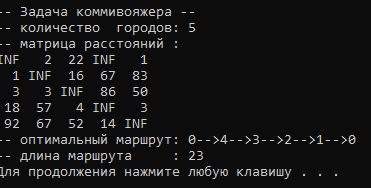
23

23

В результате получаем путь **4-3 3-2 2-1 1-5** **5-4**

Длина маршрута равна **23**.

**Задание 3.** Проверить полученное решение при помощи генератора перестановок (см. лаб. 2, задание 5.1.) и включить копию экрана с решением в отчет.



**ВЫВОД:** в ходе работы былиосвоены общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решена задача о коммивояжере данным методом и сравнено полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок, в результате чего мы получили одинаковые решения.